1　目的

二次元の電場によって生じた等電位線群を触針を使って求め, それと直交する分布を調べる. また, 金属箔の抵抗率を測定する.

2　理論

1. 厚さが一様で薄い金属箔の上に+と-の極をとり, 電流を流す. 電流は箔の厚さや低効率を無関係に, そして箔の形状と電極の位置のみによって決まる一定の道筋を経て流れることが知られている. 電流は電位の等しい線, つまり等電位線に直角に流れる. これらの性質は, 次式で表される電流の基本的性質から導かれる.

$$J = -\frac{1}{\rho} \cdot grad\phi \tag{1}$$

ここで ϕ は電位であり ,J は電流密度で等電位線の単位長さを横切り, 毎秒直角に通過する電流ベクトルである.ρ は箔の固有の抵抗, つまり低効率を表す. 実験により等電位線群が求められたならば, それらに直交する電流線群の概略も書くことができる. 二極点を除いた箔上のあらゆる点では到達する電荷はすべて通過して行き, 電荷の滞留がないので次式が成り立つ.

$$divJ = 0 \tag{2}$$

(1) 式と (2) 式を組み合わせると電位 ϕ に対するラプラス方程式における電圧降下により,

$$\triangledown^2\phi = 0 \tag{3}$$

があらゆる場所で満足される. このことを利用して, 逆に (3) 式の成り立つような現象の解析にこの等電位線の実験を応用できる. いずれも定常二次元問題に限られるが, 理想流体の流れ, 材質内の熱の伝導や誘電体中に置かれた電極に電荷を与えた場合の誘電体中の静電場解析に用いられる.

2. 物質はそれぞれ固有の電気抵抗を持つ. 直流電流が断面積の一様な針状の導体を流れる場合には, 電流の流線は等間隔かつ平行で, 従って電流密度は一様である. この場合, 次式に示す関係 (オームの法則) が成り立つ.

$$V_{12} = R \cdot I = \frac{L}{S} \cdot \rho \cdot I \tag{4}$$

ここで V_{12},L は導体上の二点間の電位差 (V) と長さ (cm)、R は電気抵抗 (Ω), I は電流 (A),S は導体の断面積 (cm^2) そして ρ は抵抗率 (Ωcm) である. 導体の寸法がわかれば, 一定電流を流しその二点間の電位差を測定すれば抵抗率を求めることができる.

3　装置

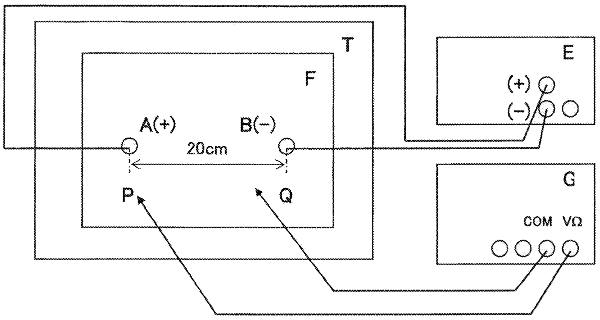

図 1: 装置の概略図

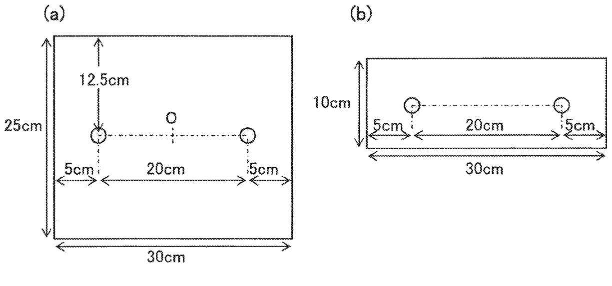

図 2: 測定に用いたアルミ箔

図 1 に使用する装置の概略図を、図 2 に測定に用いたアルミ箔を図示する。

T : 止めネジ A、B を備えた木板

F : アルミ箔

(寸法 : 幅 25cm, 長さ 30cm, 厚さ 0.0012cm×1 枚, 幅 10cm, 長さ 30cm, 厚さ 0.0012cm×1 枚)
E : 直流定電流電圧電源（取扱説明書参照）
G : デジタルマルチメーター（取扱説明書参照）
P,Q : 接触端子

4 方法

4.1 アルミ箔上の等電位線の測定

1. アルミ箔 ($25cm \times 30cm$) を二枚のグラフ用紙の間に挟み二つの電極の位置を決め、電極間の中心に印をつけた。正確に対称位置になるように電極用孔を二つあけた。

2. 木板の上にグラフ用紙を二枚、ワッシヤを一枚、次にアルミ箔さらにワッシャを一枚重ねて、箔が平面に安定するように電極にネジ止めを行った。

3. 赤の導線を (+) 用、黒の導線を (−) にして配線を行った。デジタルマルチメーターの入力端子 COM に黒の導線、V に赤を接続した。

4. 直流電源のレンジ切換スイッチが standby の位置にあるのを確認して電源スイッチを on にした。レンジ切換スイッチを 1A の位置に設定し、最高レンジのロータリースイッチを回転して出力表示を 0.500A(500mA) に設定した。

5. デジタルマルチメーターの電源スイッチを on に、関数キー V-DC を押して直流電圧測定モードに設定した。次にゼロ点設定を行った。接触端子 Q と P を直接接触させ null(右上のファンクションキー) を押しながらキーのランプが点灯するのを確認して終了した。

6. デジタルマルチメーターを用いて電極端子 A,B 間の電位差を測定した。接触端子 P,Q を電極ネジ近傍のアルミ箔にそれぞれ当て、マルチメーターの電圧値（V_{AB}）を読み記録した。V_{AB} の 1/10 の値 (V_d) を記録した。アルミ箔上に V_{AB} を 10 等分した各電位に対応する基準点 (9 点) をマルチメーターを使い決定した。

7. 等電位線 9 本を求めた。接触端子 Q(黒) をアルミ箔上の基準点に当て、接触端子 P(赤) を動かして、デジタルマルチメーターの電圧が、$0.0 \pm 0.002mv$ を示す点をさがし針で印をつけた。

8. グラフ用紙に、点群を結び等電位線を描いた。各電圧に対する等電位線を描くと、場の様子がわかる。電流はこの等電位線に直交するから等電位線の描かれた図から、電流の大体の流線を描くことができる。電流の流線を教本描いた。

4.2 アルミ箔の抵抗率の測定

1. アルミ箔（$10cm \times 30cm$）と二枚のグラフ用紙に同じ要領で二つの電極の中心を結ぶ線分を 1cm 間隔で正確に 20 等分して印をつけ、電極用孔をあけた。

2. 同様にアルミ箔とグラフ用紙を木板にネジ止めし、測定電流は 500mA として配線と装置の準備をした。

3. アルミ箔の中心点 0 を中心にして、あらかじめ等分してある二つの点の間 (L: L=2cm,4cm,6cm,8cm,10cm,12cm,14cm,16cm,18cm) の電位差を精密に測定し記録した。

4. 箔の厚さを 0.0012cm(12μm) そして幅を 10cm として (断面積 $S = 0.0012cm^2$)、それぞれの L に対して式 (4) を用いて抵抗率を計算して、抵抗率 (ρ) と長さ (L) との関係を数値の単位と桁数を間違わないようにグラフにプロットした。

5. 次に、予め印をつけた 19 点を基準点にして、この各点に対応する等電点を前の実験と同じ要領で測定し等電位線と電流線をグラフ用紙に描いた。箔の縁をグラフ用紙に記入した。

6. この結果をもとにして抵抗率の測定結果を考察し、アルミ箔の真の抵抗率を求め、求めた値を表 1 の値と比較を行った。

5　結果

5.1　アルミ箔上の等電位線の測定

電極端子 A、B 間の電圧 V_{AB} は $1.435mV$ で、その 1/10 の値 V_d は $0.144mV$ であった。

V_d を元に求めた等電位線と流線を描いたものを図 3 に示す。

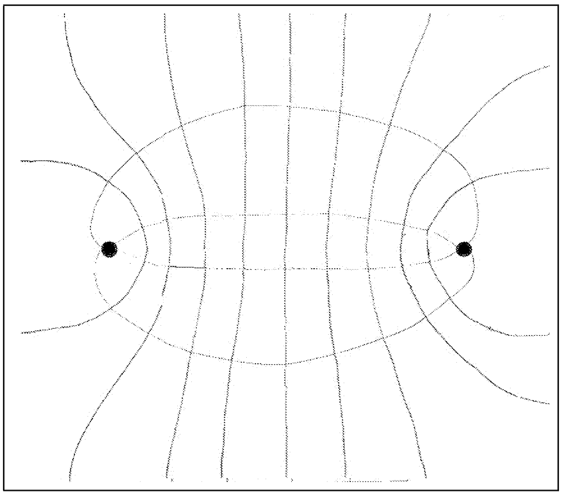

図 3: アルミ箔上の等電位線

5.2　アルミ箔の抵抗率の測定

(4) 式を変形し、抵抗率 $\rho(\Omega cm)$ を求める。

$$V = \frac{L}{S}\cdot\rho\cdot I$$
$$\rho = \frac{S\cdot V}{L\cdot I}$$

この式に断面積 $S = 0.012(cm^2)$、中心点 O を中心とした 2 点間の距離 L(cm)、測定した電圧 V(V) を代入して求めた抵抗率を表 1 に示す。

等電位線と流線を書いたものを図 4 に示す。

表 1: 各距離間での電圧 V と抵抗率 ρ

距離 L(cm)	電圧 V(mV)	抵抗率 ρ (Ωcm)
2	0.235	2.82×10^{-6}
4	0.488	2.93×10^{-6}
6	0.732	2.93×10^{-6}
8	0.967	2.90×10^{-6}
10	1.225	2.94×10^{-6}
12	1.471	2.94×10^{-6}
14	1.723	2.95×10^{-6}
16	2.061	3.09×10^{-6}
18	2.482	3.31×10^{-6}

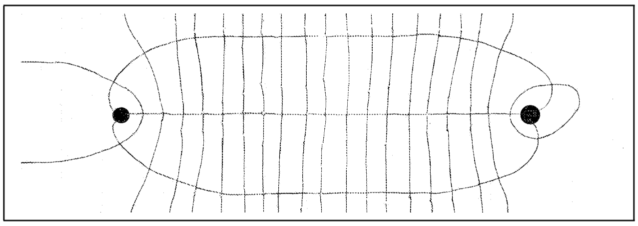

図 4: アルミ箔上の等電位線

6　誤差計算

誤差を含めた抵抗率 ρ を以下のように求め、その値を表 2 に示した。尚 14cm,16cm での抵抗率はオームの法則が成立していないため、除外した。

$$\rho = \frac{V\cdot S}{(L\pm\frac{1}{10L})\cdot I}$$

以上の結果から中心点 O を中心とした 2 点間の距離 L(cm)、抵抗率 $\rho(\Omega cm)$ の関係をグラフで表すと図 5 のようになる。

また、真の抵抗率は距離 $L = 4 \sim 14$ を平均した結果 $2.932\times10^{-6}(\Omega cm)$ となった。(距離 L=2 の場合では誤差を含めても、他のいずれの測定結果の誤差の範囲にも入らないため除外した。)

表 2: 抵抗率 ρ の誤差の範囲

距離 L(cm)	最大値 (Ωcm)	最小値 (Ωcm)
2	2.89×10^{-6}	2.75×10^{-6}
4	2.95×10^{-6}	2.91×10^{-6}
6	2.94×10^{-6}	2.92×10^{-6}
8	2.91×10^{-6}	2.90×10^{-6}
10	2.94×10^{-6}	2.94×10^{-6}
12	2.94×10^{-6}	2.94×10^{-6}
14	2.95×10^{-6}	2.95×10^{-6}

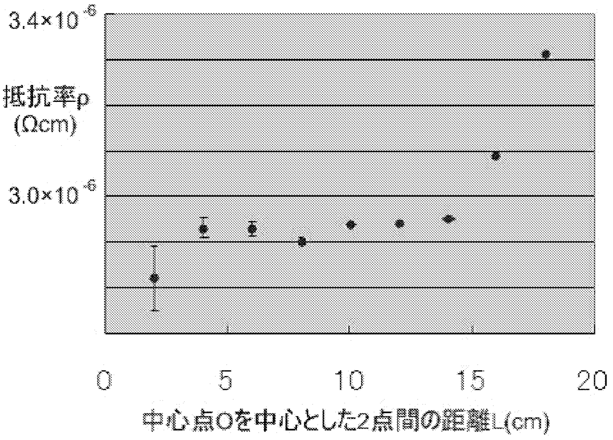

図 5: 2 点間の距離 L と抵抗率 ρ の関係

7　考察

図 3, 図 4 の等電位線図を観察すると、アルミニウム箔の縁に入っていく電位線は縁に対して直角になっている。これはアルミニウム箔の縁に電流が流れているためであると考えられる。

アルミニウムの抵抗率の理論値 $\rho_{Al} = 2.75 \times 10^{-6}(\Omega cm)$ である。今回求めた抵抗率が理論値よりも高い値を示したのは、アルミニウム箔に含まれる鉄やシリコンなどの不純物が要因であると考えられる。鉄・シリコンともアルミニウムよりも高い抵抗率をもつ。